

Πρόγραμμα Επιμόρφωσης Εκπαιδευτικών σε θέματα Μαθηματικού Εγγραμματισμού

Ενότητα 3. Εγγραμματισμός στα Μαθηματικά: Το Πλαίσιο Αξιολόγησης



Πανεπιστήμιο
Ιωαννίνων



Εργαστήριο
Διδακτικής
& Σχολικής
Παιδαγωγικής
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ



Εθνικό
Πρόγραμμα
Ανάπτυξης
2021-2025



Τομεακό
Πρόγραμμα
Ανάπτυξης
2021 - 2025

Η εκπόνηση του παραδοτέου εντάσσεται στο Έργο «Δημιουργία Ερευνητικών Υποδομών, Επεξεργασία Ερευνητικού Υλικού και Επικοινωνία Αποτελεσμάτων Διεθνών Εκπαιδευτικών Ερευνών» με Επιστημονικό Υπεύθυνο τον Καθηγητή του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων Αναστάσιο Εμβελωτή. Χρηματοδοτήθηκε βάσει της Προγραμματικής Σύμβασης του Υπουργείου Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού με το Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων μέσω του Τομεακού Προγράμματος Ανάπτυξης 2021-2025.

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	2
Ενότητα 3. Εγγραμματισμός στα Μαθηματικά: Το Πλαίσιο Αξιολόγησης	3
Τα θέματα μαθηματικών του PISA	3
Η αξιοποίηση υπολογιστικού περιβάλλοντος.....	4
Τα χαρακτηριστικά των θεμάτων για τα μαθηματικά του PISA.....	4
Τύποι ερωτήσεων	5
Επίπεδα επάρκειας και βαθμός δυσκολίας των θεμάτων	5
Αξιολόγηση και κωδικοποίηση των απαντήσεων	6
Παραπομπές και πρόσθετες πηγές	7

Ενότητα 3. Εγγραμματισμός στα Μαθηματικά: Το Πλαίσιο Αξιολόγησης

Στην ενότητα αυτή θα εστιάσουμε στον τρόπο που εφαρμόζεται το πλαίσιο αξιολόγησης του μαθηματικού εγγραμματισμού στο PISA. Η εφαρμογή του πλαισίου αξιολόγησης αποτελεί εξειδίκευση των θεωρητικών επεξεργασιών που περιλαμβάνουν τον ορισμό και τις διαστάσεις του μαθηματικού εγγραμματισμού. Σε αυτή την ενότητα θα εστιάσουμε στον τρόπο που αυτό το θεωρητικό πλαίσιο υλοποιείται με τα θέματα και την αξιολόγηση/κωδικοποίησή τους.

Τα θέματα μαθηματικών του PISA

Τα θέματα PISA είναι οργανωμένα σε «**μονάδες αξιολόγησης**». Κάθε μονάδα αποτελείται από ένα **εισαγωγικό ερέθισμα** και μια δέσμη **ερωτημάτων** που σχετίζονται με αυτό. Το ερέθισμα παρουσιάζει ένα ρεαλιστικό πλαίσιο προβλήματος και παρέχει τα απαραίτητα δεδομένα μέσω πολλαπλών αναπαραστάσεων, όπως κείμενα, πίνακες, γραφήματα, εικόνες ή, στη σύγχρονη ψηφιακή μορφή (CBAM), διαδραστικές **προσομοιώσεις** και λογιστικά φύλλα.

Κάθε μονάδα περιλαμβάνει από 1 έως 5 ερωτήματα, τα οποία διέπονται από την αρχή της **ανεξαρτησίας των απαντήσεων**. Αυτό σημαίνει ότι η ορθότητα της απάντησης σε ένα ερώτημα δεν προϋποθέτει τη σωστή απάντηση στο προηγούμενο, διασφαλίζοντας ότι ο μαθητής δεν «τιμωρείται» αλυσιδωτά για ένα μεμονωμένο λάθος. Τα ερωτήματα είναι συχνά κλιμακούμενης γνωστικής απαίτησης, καθοδηγώντας τον μαθητή από την απλή εντόπιση πληροφορίας στην ερμηνεία και τον αναστοχασμό.

Ιδιαίτερη προσοχή δίνεται και στη **γλωσσική διατύπωση των ερωτήσεων**. Στόχος είναι τα κείμενα των θεμάτων να είναι όσο το δυνατόν πιο σαφή και απλά, ώστε να περιορίζεται η επιρροή της αναγνωστικής δυσκολίας στην επίδοση των μαθητών στα μαθηματικά. Επιπλέον, αποφεύγονται πολιτισμικά φορτισμένα πλαίσια που θα μπορούσαν να δημιουργήσουν μεροληψία μεταξύ των χωρών. Η μετάφραση των θεμάτων σε πολλές γλώσσες γίνεται με ιδιαίτερα αυστηρές διαδικασίες ελέγχου, ώστε να διασφαλίζεται η ισοδυναμία των εκδόσεων.

Η αξιοποίηση υπολογιστικού περιβάλλοντος

Από το 2022 η αξιολόγηση των μαθηματικών στο PISA πραγματοποιείται κυρίως μέσω **ηλεκτρονικής δοκιμασίας** (Computer-Based Assessment of Mathematics – CBAM). Η μετάβαση σε υπολογιστικό περιβάλλον προσφέρει σημαντικές δυνατότητες για την ανάπτυξη νέων τύπων δραστηριοτήτων και ερωτήσεων που αντανακλούν καλύτερα τον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιούνται τα μαθηματικά στον σύγχρονο κόσμο. Η χρήση υπολογιστή επιτρέπει, για παράδειγμα, την παρουσίαση δυναμικών γραφικών, τη διαχείριση μεγάλων συνόλων δεδομένων ή τη χρήση προσομοιώσεων στις οποίες οι μαθητές μπορούν να μεταβάλλουν παραμέτρους και να παρατηρούν τις συνέπειες των επιλογών τους.

Η αξιολόγηση μέσω υπολογιστή επιτρέπει επίσης και τη χρήση ερωτήσεων όπως μεταφοράς και απόθεσης στοιχείων (drag and drop), επιλογής σημείων σε εικόνες (hot spots) ή αλληλεπίδρασης με δυναμικά μοντέλα. Μέσα από αυτές τις ερωτήσεις οι μαθητές καλούνται να διερευνήσουν μαθηματικές σχέσεις, να προσαρμόσουν καμπύλες σε δεδομένα, να προσομοιώσουν οικονομικές επιλογές (π.χ. προϋπολογισμούς ή δάνεια) ή να εξετάσουν τις επιπτώσεις της μεταβολής μεταβλητών σε ένα μαθηματικό μοντέλο. Ωστόσο, βασική πρόκληση είναι να διασφαλιστεί ότι τα ερωτήματα αξιολογούν πραγματικά τον μαθηματικό γραμματισμό και όχι δεξιότητες χρήσης τεχνολογίας.

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό της ηλεκτρονικής αξιολόγησης είναι η δυνατότητα **προσαρμοστικής εξέτασης (adaptive assessment)**. Στην περίπτωση αυτή, οι μαθητές λαμβάνουν διαφορετικούς συνδυασμούς ερωτήσεων ανάλογα με τις απαντήσεις τους σε προηγούμενες ερωτήσεις. Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατόν να συλλεχθούν πιο ακριβείς πληροφορίες για τις ικανότητες μαθητών τόσο στα χαμηλότερα όσο και στα υψηλότερα επίπεδα επίδοσης.

Τα χαρακτηριστικά των θεμάτων για τα μαθηματικά του PISA

Σύμφωνα με το πλαίσιο αξιολόγησης, κάθε ερώτημα κατηγοριοποιείται με βάση τέσσερις άξονες, οι οποίοι αναλύονται διεξοδικά στο **Κεφάλαιο 2.2 του Οδηγού Εκπαιδευτικού (σελ. 16-20)**:

1. **Το Πλαίσιο (Context):** Προσδιορίζει την πτυχή του κόσμου στην οποία τοποθετείται το πρόβλημα. Διακρίνονται τέσσερις κατηγορίες: **Προσωπικό** (δραστηριότητες ατόμου/οικογένειας), **Επαγγελματικό** (κόσμος της εργασίας), **Κοινωνικό** (κοινότητα, εθνικά ή παγκόσμια θέματα) και **Επιστημονικό** (εφαρμογή μαθηματικών στην επιστήμη ή ενδομαθηματικά θέματα).
2. **Το Μαθηματικό Περιεχόμενο:** Οι γνωστικές περιοχές καλύπτουν την **Ποσότητα**, την **Αβεβαιότητα και τα Δεδομένα**, την **Αλλαγή και τις Σχέσεις** και τον **Χώρο και το Σχήμα**.
3. **Οι Μαθηματικές Διεργασίες:** Περιγράφουν τη γνωστική δραστηριότητα του μαθητή: τη **Διατύπωση** (μετάφραση του προβλήματος σε μαθηματική μορφή), την **Εφαρμογή** (χρήση μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών) και την **Ερμηνεία/Αξιολόγηση** των αποτελεσμάτων.

Ο Μαθηματικός Συλλογισμός, αποτελεί τον πυρήνα του εγγραμματοςμού και διατρέχει όλες τις παραπάνω διεργασίες.

Τύποι ερωτήσεων

Στο PISA χρησιμοποιούνται τρεις βασικοί τύποι ερωτήσεων. Ο πρώτος τύπος είναι οι **ερωτήσεις ανοικτής απάντησης**, στις οποίες οι μαθητές καλούνται να δώσουν μια εκτενέστερη απάντηση ή να εξηγήσουν τη διαδικασία που ακολούθησαν για την επίλυση του προβλήματος. Ο δεύτερος τύπος είναι οι **κλειστές ερωτήσεις σύντομης απάντησης**, στις οποίες ο μαθητής καλείται να δώσει μια συγκεκριμένη απάντηση, συνήθως έναν αριθμό, που μπορεί να αξιολογηθεί αυτόματα από το σύστημα. Ο τρίτος τύπος είναι οι **ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής**, στις οποίες ο μαθητής επιλέγει μία ή περισσότερες απαντήσεις από προκαθορισμένες επιλογές.

Επίπεδα επάρκειας και βαθμός δυσκολίας των θεμάτων

Η επιλογή των θεμάτων γίνεται έτσι ώστε να καλύπτουν **ευρύ φάσμα βαθμών δυσκολίας**, προκειμένου να ανταποκρίνονται στη μεγάλη ποικιλία επιπέδων ικανότητας των μαθητών που συμμετέχουν στην έρευνα. Τα θέματα αντιπροσωπεύουν επίσης τις βασικές κατηγορίες του πλαισίου αξιολόγησης, όπως

τα μαθηματικά περιεχόμενα, τις διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων και τα διαφορετικά πραγματικά πλαίσια εφαρμογής των μαθηματικών. Πριν από την τελική επιλογή τους, τα θέματα δοκιμάζονται σε πιλοτικές εφαρμογές ώστε να διαπιστωθούν οι μετρητικές τους ιδιότητες, όπως ο βαθμός δυσκολίας και η καταλληλότητά τους για τη μέτρηση των επιδιωκόμενων δεξιοτήτων.

Τα αποτελέσματα αποτυπώνονται σε μια κλίμακα **έξι επιπέδων μαθηματικής επάρκειας (1-6)**, η οποία περιγράφει τόσο την ικανότητα του μαθητή όσο και τη δυσκολία του θέματος. Το **Επίπεδο 2** θεωρείται το **κατώφλι του εγγραμματισμού**, το ελάχιστο δηλαδή επίπεδο επάρκειας που επιτρέπει στον πολίτη την ενεργό κοινωνική συμμετοχή και τη λήψη τεκμηριωμένων αποφάσεων. Αντίθετα, τα επίπεδα 5 και 6 απαιτούν υψηλές ικανότητες μοντελοποίησης, αφηρημένου συλλογισμού, ανάπτυξης μαθηματικών μοντέλων και κριτικής αξιολόγησης αποτελεσμάτων. Αναλυτικές περιγραφές για το τι είναι σε θέση να κάνει ένας μαθητής σε κάθε επίπεδο παρέχονται στην **Ενότητα 2.4 του Οδηγού Εκπαιδευτικού (σελ. 23)**.

Αξιολόγηση και κωδικοποίηση των απαντήσεων

Η διαδικασία αξιολόγησης των απαντήσεων στο PISA ονομάζεται «**κωδικοποίηση**», καθώς υπερβαίνει την απλή βαθμολόγηση και στοχεύει στην κατηγοριοποίηση των απαντήσεων για την εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με τον τρόπο σκέψης και το είδος του μαθηματικού εγγραμματισμού των μαθητών. Οι ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής και οι κλειστές ερωτήσεις σύντομης απάντησης κωδικοποιούνται αυτόματα από την ψηφιακή πλατφόρμα. Αντίθετα, οι **ερωτήσεις ανοικτής ανάπτυξης** απαιτούν κωδικοποίηση από εκπαιδευμένους και πιστοποιημένους βαθμολογητές σε κάθε εθνικό φορέα, οι οποίοι ακολουθούν αναλυτικούς οδηγούς κωδικοποίησης που εκδίδει ο διεθνής φορέας του PISA. Για τη διασφάλιση της αντικειμενικότητας και της αξιοπιστίας, κάθε απάντηση ανοικτού τύπου αξιολογείται από πολλούς βαθμολογητές, με στόχο τη σύγκλιση των αξιολογήσεών τους σε ποσοστό που αγγίζει το 90%.

Αν και η πλειονότητα των ερωτήσεων βαθμολογείται διχοτομικά ως «**Αποδεκτή**» ή «**Μη αποδεκτή**», σε πολλές ερωτήσεις ανοικτής ανάπτυξης που απαιτούν σύνθετο μαθηματικό συλλογισμό ή επεξήγηση βημάτων, προβλέπεται η κατηγορία της

«Μερικώς αποδεκτής» απάντησης. Η κλίμακα αυτή επιτρέπει στο σύστημα να αναγνωρίσει περιπτώσεις όπου ο μαθητής έχει ακολουθήσει μια σωστή μαθηματική προσέγγιση ή επιδεικνύει μερική κατανόηση, παρά την ύπαρξη κάποιου σφάλματος στο τελικό αποτέλεσμα. Ο οδηγός κωδικοποίησης περιγράφει με σαφήνεια τα κριτήρια για κάθε κατηγορία, συνδέοντάς τα με τα χαρακτηριστικά του μαθηματικού συλλογισμού, το περιεχόμενο και το πλαίσιο της ερώτησης, παρέχοντας έτσι πολύτιμα δεδομένα για τον εντοπισμό συγκεκριμένων γνωστικών κενών των μαθητών.

Συνολικά, τα θέματα PISA αποσκοπούν στη δημιουργία μιας αξιολόγησης που να αναδεικνύει το κατά πόσο οι μαθητές/τριες μπορούν να χρησιμοποιούν τα μαθηματικά στην πραγματική ζωή. Μέσα από ποικίλα είδη ερωτήσεων, αυθεντικά προβλήματα και τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, επιδιώκεται η αποτύπωση όχι μόνο της γνώσης μαθηματικών διαδικασιών, αλλά κυρίως της δυνατότητας των μαθητών να **σκέφτονται μαθηματικά, να επιλύουν προβλήματα και να ερμηνεύουν καταστάσεις του πραγματικού κόσμου.**

Παραδείγματα θεμάτων και των αντίστοιχων οδηγιών (όπως το «Δασική έκταση», το «Τριγωνικό Μοτίβο» ή το «Πόντοι») παρουσιάζονται αναλυτικά στην **Ενότητα 2.5 του Οδηγού Εκπαιδευτικού (σελ. 25-55).**

Παραπομπές και πρόσθετες πηγές

Οι επιμορφούμενοι μπορούν να ανατρέξουν στις ακόλουθες πηγές σχετικά με την έρευνα PISA:

- Οδηγός εκπαιδευτικών PISA – Μαθηματικά
- Την σελίδα του δικτυακού τόπου [pisa4u](https://pisa4u.gr) που περιέχει επιστημονικές δημοσιεύσεις σχετικά με το PISA <https://pisa4u.gr/επιστημονικές-δημοσιεύσεις/>
- Τον επίσημο δικτυακό τόπο του ΟΟΣΑ για το PISA <https://www.oecd.org/en/about/programmes/pisa.html> και ειδικότερα τη

PISA4U



Πανεπιστήμιο
Ιωαννίνων



Εργαστήριο
Διδακτικής
& Σχολικής
Παιδαγωγικής
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ



Εθνικό
Πρόγραμμα
Ανάπτυξης
2021-2025



Τομεακό
Πρόγραμμα
Ανάπτυξης
2021 - 2025

Η εκπόνηση του παραδοτέου εντάσσεται στο Έργο «Δημιουργία Ερευνητικών Υποδομών, Επεξεργασία Ερευνητικού Υλικού και Επικοινωνία Αποτελεσμάτων Διεθνών Εκπαιδευτικών Ερευνών» με Επιστημονικό Υπεύθυνο τον Καθηγητή του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων Αναστάσιο Εμβλωτή. Χρηματοδοτήθηκε βάσει της Προγραμματικής Σύμβασης του Υπουργείου Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού με το Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων μέσω του Τομεακού Προγράμματος Ανάπτυξης 2021-2025.