

Πρόγραμμα Επιμόρφωσης Εκπαιδευτικών σε θέματα Μαθηματικού Εγγραμματισμού

Εγγραμματισμός στα Μαθηματικά: Το πλαίσιο αξιολόγησης

Δημήτρης Διαμαντίδης
Αμαλία Μπαμπίλη
Κατερίνα Μπογιατζή
Ελένη Νόλκα
Γιάννης Σταμπόλας
Κώστας Στουραϊτης



Τα περιεχόμενα της παρουσίασης

- Ανάλυση του πλαισίου αξιολόγησης των Μαθηματικών στο PISA
 - Οι τέσσερις διεργασίες επίλυσης και η ενσωμάτωσή τους στο PISA
 - Οι τέσσερις κατηγορίες μαθηματικού περιεχομένου του πλαισίου αξιολόγησης & η σύνδεσή τους με την καθημερινή ζωή
 - Το πλαίσιο των προβλημάτων: προσωπικό, κοινωνικό, επαγγελματικό, επιστημονικό
- Εφαρμογή του πλαισίου αξιολόγησης των Μαθηματικών στο PISA
 - Τα επίπεδα μαθηματικής επάρκειας του PISA
 - Σχεδιασμός έργων PISA
 - Κωδικοποίηση (~βαθμολόγηση) απαντήσεων

Ανάλυση του πλαισίου αξιολόγησης των Μαθηματικών στο PISA ή πώς θα αναλύσουμε τα θέματα PISA

Διεργασίες μαθηματικού εγγραμματισμού



Διεργασίες μαθηματικού εγγραμματισμού

- Μαθηματικός συλλογισμός
- Διατύπωση
- Εφαρμογή
- Ερμηνεία

Διεργασίες μαθηματικού εγγραμματισμού (πιο αναλυτικά)

- Μαθηματικός συλλογισμός
- Διατύπωση καταστάσεων μαθηματικά
- Εφαρμογή και χρήση μαθηματικών εννοιών, γεγονότων και διαδικασιών
- Ερμηνεία, εφαρμογή και αξιολόγηση μαθηματικών αποτελεσμάτων

Διεργασίες επίλυσης

- Διατύπωση: Πραγματική κατάσταση $\rightarrow$ Μαθηματικά
- Εφαρμογή: Μαθηματικά $\rightarrow$ Αποτελέσματα στο πλαίσιο των Μαθηματικών
- Ερμηνεία και αξιολόγηση: Αποτελέσματα στα Μαθηματικά $\rightarrow$ Πραγματική κατάσταση

Ο Μαθηματικός συλλογισμός

Οι μαθητές:

- ταυτοποιούν, αναγνωρίζουν, οργανώνουν, συνδέουν και αναπαριστούν,
- κατασκευάζουν, συνοψίζουν, αξιολογούν, συμπεραίνουν, δικαιολογούν, εξηγούν και υπερασπίζονται λύσεις,
- ερμηνεύουν, διατυπώνουν κρίσεις, ασκούν κριτική, αντικρούουν και αξιολογούν κρίσεις.

Κατηγορίες μαθηματικού περιεχομένου

- Αλλαγή και σχέσεις
- Χώρος και σχήμα
- Ποσότητα
- Αβεβαιότητα και δεδομένα

Κατηγορίες μαθηματικού περιεχομένου (πιο αναλυτικά)

- Αλλαγή και σχέσεις: σχέσεις μεταξύ μεγεθών, μεταβολή, συναρτήσεις και εξισώσεις
- Χώρος και σχήμα: οπτικοποίηση, μέτρηση, ιδιότητες σχημάτων, θέσεις και προσανατολισμοί
- Ποσότητα: ποσοτικοποίηση ιδιοτήτων, αριθμοί, υπολογισμοί
- Αβεβαιότητα και δεδομένα: αναπαράσταση και ερμηνεία δεδομένων, στατιστική, πιθανότητα ενδεχομένου, δεσμευμένη πιθανότητα

Το πλαίσιο των προβλημάτων

- προσωπικό
- κοινωνικό
- επαγγελματικό
- επιστημονικό

Το πλαίσιο των προβλημάτων

- προσωπικό: εστιάζει σε δραστηριότητες του ατόμου, ή του κοινωνικού περίγυρου του
- κοινωνικό: εστιάζει σε τοπικά, εθνικά ή παγκόσμια θέματα κοινωνικού ενδιαφέροντος
- επαγγελματικό: αναφέρεται στον κόσμο της εργασίας
- επιστημονικό: σχετίζεται με την εφαρμογή των μαθηματικών στις άλλες επιστήμες

Δεξιότητες 21^{ου} στο PISA, σε σχέση με τα Μαθηματικά

- κριτική σκέψη
- δημιουργικότητα
- έρευνα και διερεύνηση
- μεταγνωστική ικανότητα, πρωτοβουλία και επιμονή
- χρήση πληροφορίας
- συστημική σκέψη
- επικοινωνία
- αναστοχασμός

Από τον Μαθηματικό Εγγραμματισμό στα Θέματα PISA

- Τα θέματα αποτελούν «μονάδες αξιολόγησης» (units)
- Οργανώνονται σε ενότητες που συνδυάζουν ερέθισμα και ερωτήματα.
- Κάθε μονάδα συνδέει:
 - Τις διαστάσεις του μαθηματικού συλλογισμού (παραγωγικό – επαγωγικό, διεργασίες)
 - Την επίλυση προβλήματος: μοντελοποίηση, ερμηνεία κ.λπ.
 - Το πλαίσιο: κατάσταση στον πραγματικό κόσμο
 - Το μαθηματικό περιεχόμενο: οι έννοιες και τα εργαλεία

Βασικές Αρχές Σχεδιασμού των Θεμάτων PISA

- Κοινωνική δικαιοσύνη (Cultural Fairness)

Τα θέματα σχεδιάζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να μην ευνοούν ή να μην αδικούν μαθητές με βάση την εθνικότητα, τη θρησκεία, το φύλο ή το κοινωνικοοικονομικό τους υπόβαθρο.

- Αυθεντικότητα και Πραγματικό Πλαίσιο (Authenticity)

Τα προβλήματα δεν είναι «κατασκευασμένες» ασκήσεις βιβλίου, αλλά καταστάσεις που ένας δεκαπεντάχρονος θα μπορούσε όντως να συναντήσει στην τωρινή ή στη μελλοντική του ζωή.

Βασικές Αρχές Σχεδιασμού των Θεμάτων PISA

Εγκυρότητα (Validity) -Τι πραγματικά μετράμε

- Απλή και άμεση διατύπωση, ώστε να μην επηρεάζεται η επίδοση από την πολιτισμική ταυτότητα ή το επίπεδο αναγνωστικής ικανότητας του μαθητή.
- Προσοχή στη μετάφραση, ώστε να αποφεύγονται διαφορές στην πρόσληψη των νοημάτων λόγω ειδικών σημασιολογικών φορτίων των λέξεων ανά γλώσσα.
- Αποφεύγονται πλαίσια που θα μπορούσαν να δημιουργήσουν πολιτισμικές προκαταλήψεις (cultural bias).
- Όλα τα θέματα ελέγχονται από όλα τα Εθνικά Κέντρα όλων των συμμετεχουσών χωρών για τη διασφάλιση της ορθής πρόσληψης των νοημάτων.
- Ο στόχος δεν είναι να εξεταστεί η ικανότητα στις πράξεις με μεγάλους αριθμούς, αλλά η ικανότητα μαθηματοποίησης (mathematization).

Δομή Θεμάτων PISA

- Εισαγωγικό Ερέθισμα (stimulus material): Είναι το αρχικό υλικό που δίνεται πριν από τις ερωτήσεις. Σκοπός του:
 - να παρουσιάσει ένα ρεαλιστικό πλαίσιο προβλήματος
 - να ενεργοποιήσει την κατανόηση και την ερμηνεία δεδομένων
 - να συνδέσει τη σχολική γνώση με πραγματικές καταστάσεις
- Πάνω του δομούνται τα ερωτήματα που εξετάζουν την ικανότητα των μαθητών να χρησιμοποιούν τα μαθηματικά για να αναλύουν, να ερμηνεύουν και να επιλύουν πραγματικά ή ρεαλιστικά προβλήματα.

Παροχή δεδομένων μέσω πολλαπλών αναπαραστάσεων

- Το εισαγωγικό ερέθισμα αποτελείται από:
 - Κείμενο: Περιγραφές καταστάσεων, οδηγίες ή αφηγήσεις.
 - Πίνακες και Γραφήματα: Στατιστικά στοιχεία ή αριθμητικές σχέσεις (π.χ. αποστάσεις πλανητών, συγκέντρωση φαρμάκου)
 - Εικόνες: Οπτικοποίηση γεωμετρικών στερεών ή μοτίβων που απαιτούν χωρική αντίληψη, χάρτες κ.λπ.
- Τα παραπάνω αποτελούν την «παραδοσιακή» αλλά θεμελιώδη μορφή ερεθίσματος.

Ο Ρόλος του ερεθίσματος στην επίλυση

Το εισαγωγικό υλικό:

- παρέχει πληροφορίες και δεδομένα
- απαιτεί ερμηνεία και επιλογή σχετικών στοιχείων
- βοηθά στην ανάπτυξη δεξιοτήτων όπως:
 - κατανόηση πληροφοριών
 - ανάλυση δεδομένων
 - εξαγωγή συμπερασμάτων

Διαδραστικότητα και «Ψηφιακός Εγγραμματισμός»

- Από το 2022 η αξιολόγηση των μαθηματικών στο PISA πραγματοποιείται κυρίως μέσω ηλεκτρονικής δοκιμασίας.

Η φύση του ερεθίσματος αλλάζει:

- Διαδραστικότητα: Μέσω προσομοιώσεων οι μαθητές να αλληλεπιδρούν με παραμέτρους και παρατηρούν άμεσα τα αποτελέσματα των αλλαγών τους.
- Υπολογιστική σκέψη: απαιτείται η ενεργοποίηση δεξιοτήτων όπως η αναγνώριση προτύπων, η αποσύνθεση και ο σχεδιασμός αλγορίθμων.
- Ενσωματωμένα Ψηφιακά Εργαλεία: επιστημονική αριθμομηχανή.

Η Δέσμη των Ερωτημάτων (Items)

- Ερωτήματα: Ένα θέμα PISA έχει μια σειρά από 1 έως 5 ερωτήματα που απορρέουν από το εισαγωγικό ερέθισμα.
- Κλιμάκωση Γνωστικών απαιτήσεων: Τα ερωτήματα είναι συχνά διαφοροποιημένης δυσκολίας, καθοδηγώντας τον μαθητή από την απλή εντόπιση πληροφορίας στην ερμηνεία και τον αναστοχασμό.
- Ανεξαρτησία απαντήσεων: Κάθε ερώτημα εντός της δέσμης είναι ανεξάρτητο. Η ορθότητα της απάντησης σε ένα ερώτημα δεν προϋποθέτει τη σωστή απάντηση στο προηγούμενο, ώστε να μην "τιμωρείται" ο μαθητής για ένα μεμονωμένο λάθος.

Τύποι Ερωτήσεων & Μορφές Απόκρισης

- Ερωτήσεις Επιλογής
 - Απλή Πολλαπλή Επιλογή: Επιλογή μίας σωστής απάντησης από 4-5 επιλογές.
 - Σύνθετη Πολλαπλή Επιλογή: Μια σειρά από προτάσεις όπου ο μαθητής επιλέγει «Ναι/Όχι» ή «Σωστό/Λάθος» για καθεμία (εξετάζει την ικανότητα διάκρισης πολλαπλών δεδομένων).
- Ερωτήσεις Σύντομης Απάντησης (Κλειστού Τύπου)
 - Ο μαθητής παρέχει μια συγκεκριμένη αριθμητική τιμή ή μια λέξη.
 - Εστιάζει στην υπολογιστική ακρίβεια και την άμεση εφαρμογή μαθηματικών πράξεων.
- Ερωτήσεις Ανοικτής Ανάπτυξης
 - Απαιτούν από τον μαθητή να γράψει τη δική του απάντηση και, κυρίως, να αιτιολογήσει τον συλλογισμό του.
 - Αξιολογούν την ικανότητα επικοινωνίας των μαθηματικών και την κριτική ερμηνεία των αποτελεσμάτων στο πλαίσιο του προβλήματος.

Επίπεδα Μαθηματικής Επάρκειας

- Αποτύπωση Αποτελεσμάτων: Τα αποτελέσματα αποτυπώνονται σε 6 επίπεδα.
- Πεδίο Αναφοράς: Αναφέρονται τόσο στη μαθηματική επάρκεια κάθε παιδιού όσο και στον βαθμό δυσκολίας κάθε θέματος ξεχωριστά.
- Κλίμακα Μαθηματικής Επάρκειας: Κλίμακα 1–6 που περιγράφει την πολυπλοκότητα κατανόησης και των δεξιοτήτων που απαιτούνται.
 - Το Επίπεδο 1 αντιπροσωπεύει τα λιγότερο πολύπλοκα θέματα.
 - Το Επίπεδο 6 αντιπροσωπεύει τα πιο πολύπλοκα θέματα.

Επίπεδα 1 (1α, 1β, 1γ) – Στοιχειώδεις Ικανότητες

Επίπεδο 1α: Οι μαθητές/τριες

- Απαντούν σε σαφώς καθορισμένες ερωτήσεις που αφορούν απλά και γνώριμα πλαίσια.
- Εξάγουν σχετικές πληροφορίες εργαζόμενοι ταυτόχρονα με έως και δύο πηγές δεδομένων.
- Εκτελούν συνήθεις μαθηματικές διαδικασίες ακολουθώντας άμεσες οδηγίες σε ξεκάθαρες καταστάσεις.
- Επιλύουν προβλήματα με πολλαπλές επαναλήψεις μιας απλής και τυποποιημένης μεθόδου.
- Χρησιμοποιούν βασικούς αλγόριθμους και τύπους, δουλεύοντας κυρίως με ακέραιους αριθμούς.
- Πραγματοποιούν προφανείς ενέργειες που απαιτούν ελάχιστη σύνθεση των δεδομένων ερεθισμάτων.

Επίπεδα 1 (1α, 1β, 1γ) – Στοιχειώδεις Ικανότητες

Επίπεδο 1γ: Οι μαθητές/τριες

- Αξιοποιούν πληροφορίες που δίνονται με σαφήνεια και σε απλή, οικεία μορφή
- Ακολουθούν οδηγίες που περιγράφουν ένα μόνο βήμα ή πράξη

Επίπεδο 1β: Οι μαθητές/τριες

- Χρησιμοποιούν απλές αναπαραστάσεις,
- Διακρίνουν χρήσιμες και περιττές πληροφορίες
- Εκτελούν απλούς υπολογισμούς με ακέραιους αριθμούς βάσει σαφών οδηγιών σε σύντομο κείμενο

Επίπεδο 2 – Απλές Στρατηγικές και Βασική Κατανόηση

Οι μαθητές/τριες

- Αναγνωρίζουν καταστάσεις και σχεδιάζουν απλές στρατηγικές και εκτέλεση απλών προσομοιώσεων μίας μεταβλητής.
- Αντλούν δεδομένα και πληροφορίες δεδομένων από πηγές με ελαφρώς πιο σύνθετες αναπαραστάσεις (π.χ. γραφήματα, δισδιάστατες απεικονίσεις 3D αντικειμένων).
- Κατανοούν συναρτησιακές σχέσεις και επιλύουν προβλήματα με απλές αναλογίες.
- Κάνουν κυριολεκτικές ερμηνείες των αποτελεσμάτων.

Επίπεδο 2 – Απλές Στρατηγικές και Βασική Κατανόηση

Σύμφωνα με το πλαίσιο του εγγραμματισμού που βασίζεται το PISA:

- Το Επίπεδο 2 θεωρείται το ελάχιστο επίπεδο επάρκειας που θα πρέπει να έχουν κατακτήσει όλοι οι μαθητές μέχρι την ολοκλήρωση της υποχρεωτικής εκπαίδευσης.
- Οι μαθητές που βρίσκονται κάτω από αυτό το επίπεδο δεν θεωρούνται στοιχειωδώς λειτουργικά μαθηματικώς εγγράμματοι.
- Οι δεξιότητες αυτού του επιπέδου αποτελούν προϋπόθεση για την καθημερινή ζωή και την ενεργή κοινωνική συμμετοχή.

Επίπεδο 3 – Στρατηγικές και Διαδοχική Λήψη Αποφάσεων

Οι μαθητές/τριες

- Επινόουν στρατηγικές που απαιτούν διαδοχική λήψη αποφάσεων ή ευελιξία σε οικείες έννοιες.
- Εκτελούν διαφορετικούς αλλά γνωστούς υπολογισμούς που δεν ορίζονται όλοι σαφώς στη διατύπωση.
- Ερμηνεύουν αναπαραστάσεις από διαφορετικές πηγές, συμπεριλαμβανομένης της χρήσης πίνακα διπλής εισόδου.
- Έχουν ικανότητα χειρισμού ποσοστών, κλασμάτων, δεκαδικών και να εργάζονται με αναλογικές σχέσεις.

Επίπεδο 4 – Εργασία με μοντέλα, χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων και κριτική σκέψη

Οι μαθητές/τριες

- Εργάζονται αποτελεσματικά με σαφή μοντέλα για πολύπλοκες καταστάσεις που μπορεί να περιλαμβάνουν δύο μεταβλητές.
- Χρησιμοποιούν εκλεπτυσμένη υπολογιστική σκέψης σε μη προκαθορισμένα μοντέλα.
- Έχουν ικανότητα κριτικής σκέψης και αξιολογούν την ευλογοφάνεια ενός αποτελέσματος.
- Επιλέγουν και ενσωματώνουν διαφορετικές αναπαραστάσεις (συμβολικές, γραφικές) συνδέοντάς τες με τον πραγματικό κόσμο.
- Κατασκευάζουν και επικοινωνούν επιχειρήματα και εξηγήσεις

Επίπεδο 5 – Σύνθετη Μοντελοποίηση και Στρατηγική

Οι μαθητές/τριες

- Αναπτύσσουν και εργάζονται με μοντέλα για σύνθετες καταστάσεις, εντοπίζουν περιορισμούς και καθορίζουν παραδοχές.
- Εφαρμόζουν συστηματικές και καλά σχεδιασμένες στρατηγικές για απαιτητικές εργασίες (π.χ. σχεδιασμός βέλτιστης διαδικασίας).
- Επιλύουν προβλήματα που απαιτούν ενσωμάτωση μαθηματικών γνώσεων που δεν αναφέρονται ρητά στο έργο.
- Εξετάζουν τα μαθηματικά αποτελέσματα σε σχέση με το πραγματικό περιβάλλον.

Επίπεδο 6 – Αφηρημένος Συλλογισμός και Δημιουργικότητα

Οι μαθητές/τριες

- Επιλύουν αφηρημένα προβλήματα και επιδεικνύουν δημιουργικότητα και ευέλικτη σκέψη.
- Εφαρμογή διαδικασιών σε μη τυποποιημένα πλαίσια και χρήση βαθύτερης κατανόησης μαθηματικών εννοιών.
- Συνδέουν διαφορετικές πηγές πληροφοριών και αναπαραστάσεων, συμπεριλαμβανομένων προσομοιώσεων και λογιστικών φύλλων.
- Χρησιμοποιούν συμβολικές και τυπικές μαθηματικές πράξεις για τη σαφή επικοινωνία του συλλογισμού.
- Αναστοχάζονται για την καταλληλότητα των ενεργειών σε σχέση με τη λύση και την αρχική κατάσταση.

Εφαρμογή του πλαισίου αξιολόγησης των Μαθηματικών στο PISA

Πώς θα εργαστούμε

Μέσα από παραδείγματα, θα αναλύσουμε τα θέματα και τις ερωτήσεις ως προς:

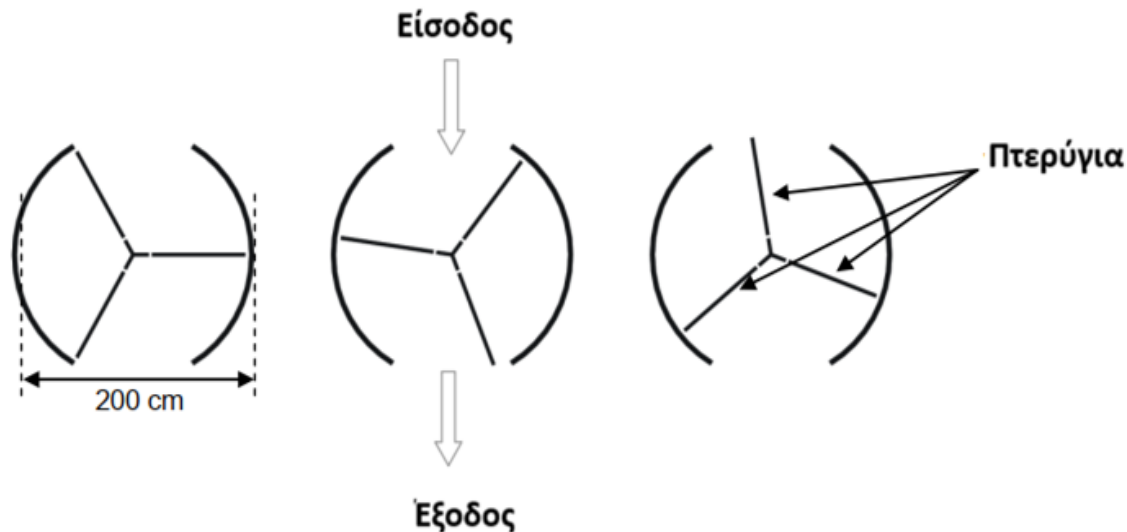
- Το πλαίσιο και το περιεχόμενο
- Το ερέθισμα
- Τις διαστάσεις του μαθηματικού συλλογισμού
- Τις διεργασίες κατανόησης
- Τα επίπεδα επάρκειας

που μπορεί να εντοπίζονται και να αξιολογούνται

Παράδειγμα θέματος

Περιστρεφόμενη πόρτα

Μια περιστρεφόμενη πόρτα αποτελείται από τρία φύλλα που περιστρέφονται μέσα σε έναν κυκλικό χώρο. Η εσωτερική διάμετρος αυτού του χώρου είναι 2 μέτρα (200 εκατοστά). Τα τρία φύλλα της πόρτας χωρίζουν τον χώρο σε τρία ίσα μέρη. Το παρακάτω σχέδιο δείχνει τα φύλλα της πόρτας σε τρεις διαφορετικές θέσεις όπως φαίνονται από πάνω.



Ανάλυση Εισαγωγικού Ερεθίσματος

- Συνδυασμός σύντομου περιγραφικού κειμένου με τρία διαγράμματα κάτοψης.
- Αναπαραστάσεις: Σύνδεση της ορολογίας του κειμένου (π.χ. φύλλα πόρτας, ίσα μέρη, κυκλικός χώρος) με τις γεωμετρικές γραμμές των διαγραμμάτων.
- Ρεαλιστικό πρόβλημα: Παρουσίαση μιας πραγματικής χωρικής κατάστασης που απαιτεί μαθηματική μοντελοποίηση.

Ανάλυση Εισαγωγικού Ερεθίσματος

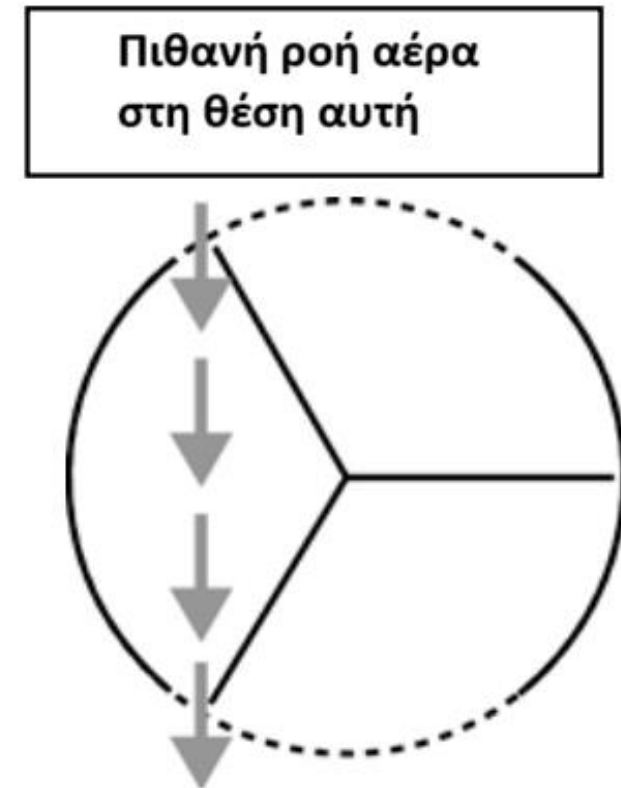
- Σύνδεση με την σχολική γνώση (κύκλος, διάμετρος, γωνία).
- Απαίτηση υψηλού επιπέδου χωρικής κατανόησης για την ερμηνεία των σχεδιαγραμμάτων.
- Οπτικοποίηση κίνησης: Ο μαθητής καλείται να «φανταστεί» την περιστροφή της πόρτας μέσα από στατικές εικόνες.

Ανάλυση ερώτησης 1: Ποιο είναι το μέγεθος της γωνίας που σχηματίζεται από δύο φύλλα της πόρτας;

- Πλαίσιο: Επιστημονικό καθώς το πρόβλημα σχετίζεται με την εφαρμογή των μαθηματικών στη μηχανική.
- Μαθηματικό περιεχόμενο: Χώρος και Σχήμα καθώς απαιτείται οπτικοποίηση, ιδιότητες σχημάτων και χωρική αντίληψη.
- Διεργασία: Εφαρμογή. Η κύρια γνωστική πρόκληση σε αυτό το ερώτημα εντοπίζεται εντός του μαθηματικού πεδίου, σε αντίθεση με τη «Διατύπωση» που θα απαιτούσε τη μετάβαση από τον πραγματικό κόσμο στο μοντέλο.
- Επίπεδο Μαθηματικής Επάρκειας 3: Παρόλο που ο υπολογισμός φαίνεται απλός, η ερώτηση κατατάσσεται στο Επίπεδο 3 λόγω των υψηλών απαιτήσεων στην ικανότητα αναπαράστασης, καθώς ο μαθητής πρέπει να συνδέσει το κείμενο με τις γραμμές των διαγραμμάτων και να αντιληφθεί ότι τα τρία σχήματα αντιπροσωπεύουν την ίδια πόρτα

Ερώτηση 2: Τα δύο ανοίγματα των θυρών (τα διακεκομμένα τόξα στο διάγραμμα) έχουν το ίδιο μέγεθος. Εάν αυτά τα ανοίγματα είναι πολύ φαρδιά, τα περιστρεφόμενα φύλλα δεν μπορούν να παρέχουν στεγανό χώρο και ο αέρας θα μπορούσε στη συνέχεια να ρέει ελεύθερα μεταξύ της εισόδου και της εξόδου, προκαλώντας ανεπιθύμητη απώλεια ή αύξηση θερμότητας. Αυτό φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Ποιο είναι το μέγιστο μήκος τόξου σε εκατοστά (cm) που μπορεί να έχει κάθε άνοιγμα της πόρτας, έτσι ώστε ο αέρας να μην ρέει ποτέ ελεύθερα μεταξύ της είσοδος και της εξόδου;



Ανάλυση ερώτησης 2

- Μαθηματικό Περιεχόμενο: Χώρος και Σχήμα καθώς απαιτεί εκτεταμένο γεωμετρικό συλλογισμό πάνω σε ιδιότητες του κύκλου, της περιφέρειας και των τόξων.
- Πλαίσιο: Επιστημονικό (εφαρμογή των μαθηματικών στη μηχανική)
- Διεργασία: Διατύπωση.
 - Απαιτεί τη θεμελιώδη ικανότητα της μαθηματικοποίησης σε υψηλό επίπεδο.
 - Ο μαθητής πρέπει να μεταφράσει την πραγματική συνθήκη (να μην περνάει αέρας) σε γεωμετρικούς όρους και να επιστρέψει στο αρχικό πλαίσιο για να αξιολογήσει τη λύση.

Ανάλυση ερώτησης 2

Επίπεδο Μαθηματικής Επάρκειας 6:

- Ο μαθητής δεν καλείται να εφαρμόσει έναν έτοιμο τύπο, αλλά να αναπτύξει μια λύση σε ένα μη τυποποιημένο πλαίσιο.
- Οι μαθητές πρέπει να επιδείξουν δημιουργικότητα και ευέλικτη σκέψη για να αναπτύξουν λύσεις που βασίζονται σε συλλογισμό πολλαπλών βημάτων.
- Για να φτάσει στη λύση, ο μαθητής συνδέει την τεχνική περιγραφή του σκοπού της πόρτας (διακοπή ροής αέρα) με τα γεωμετρικά διαγράμματα κάτοψης, ερμηνεύοντας πώς η κίνηση των φύλλων της πόρτας επηρεάζει τα ανοίγματα.

Εργασία σε ομάδες

Εργαστείτε στις ομάδες με βάση το **Ομαδική Εργασία για τη ΣΥΓΧΡΟΝΗ** που θα βρείτε στο moodle.

Οι μισές ομάδες ας ασχοληθούν με τα Α, Β, Δ
και οι άλλες μισές με τα Α, Γ, Δ.

Κρατήστε σημειώσεις για να παρουσιάσετε τα συμπεράσματά σας στην ολομέλεια

Προσοχή: κρατήστε τα στοιχεία επικοινωνίας των μελών της ομάδας σας διότι θα εργαστείτε και ασύγχρονα.

Κωδικοποίηση (~βαθμολόγηση) απαντήσεων σε θέμα PISA

Γιατί «κωδικοποίηση»;

- Δεν πρόκειται για διαδικασία που θέλουμε να βαθμολογήσουμε με περισσότερες μονάδες τις σωστές απαντήσεις.
- Αυτό που θέλουμε είναι, χρησιμοποιώντας κωδικούς, να χωρίσουμε σε κατηγορίες τις απαντήσεις. Οι κατηγορίες δεν είναι «σωστές απαντήσεις» και «λάθος απαντήσεις», αλλά σχετίζονται με χαρακτηριστικά της ίδιας της απάντησης, που συχνά δείχνουν πώς ίσως σκέφτηκε ο μαθητής/η μαθήτρια που απάντησε, ώστε, μετά την ανάλυση στο σύνολο των απαντήσεων, να μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για το επίπεδο και το είδος του μαθηματικού γραμματισμού του πληθυσμού.
- Επομένως δεν πρόκειται για βαθμολόγηση, αλλά για κωδικοποίηση απαντήσεων.

Πώς κωδικοποιούνται οι απαντήσεις;

Η κωδικοποίηση γίνεται αυτόματα:

- Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής (απλής ή σύνθετης).
- Ερωτήσεις σύντομης απάντησης κλειστού τύπου.

Η κωδικοποίηση δεν γίνεται αυτόματα.

- Ερωτήσεις ανοικτής ανάπτυξης (μπορεί η απάντηση να είναι μια λέξη ή μια φράση ή ένας τύπος ή ακόμα και η επίλυση ενός προβλήματος).
- Επίσης μπορεί να συνδυάζεται με απάντηση πολλαπλής επιλογής ή κλειστού τύπου.

Κατηγορίες κωδικών

- Αποδεκτή απάντηση: σωστή επιλογή (αν είναι πολλαπλής) και αποδεκτή αιτιολόγηση σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά του μαθηματικού συλλογισμού (τα οποία εξειδικεύονται) και σχετίζονται με το πλαίσιο και το περιεχόμενο.
- Μερικώς αποδεκτή απάντηση: εξειδικεύεται -ενδεικτικά- σε ποιες περιπτώσεις αυτά που αναφέρονται στην απάντηση είναι μερικώς και όχι πλήρως αποδεκτά, ή μη αποδεκτά, ως αιτιολόγηση.
- Μη αποδεκτή απάντηση: αντίστοιχα.
- Λείπει η απάντηση.

Παράδειγμα θέματος και κωδικών

Παράδειγμα: Συνδυασμός πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

CMA150Q03

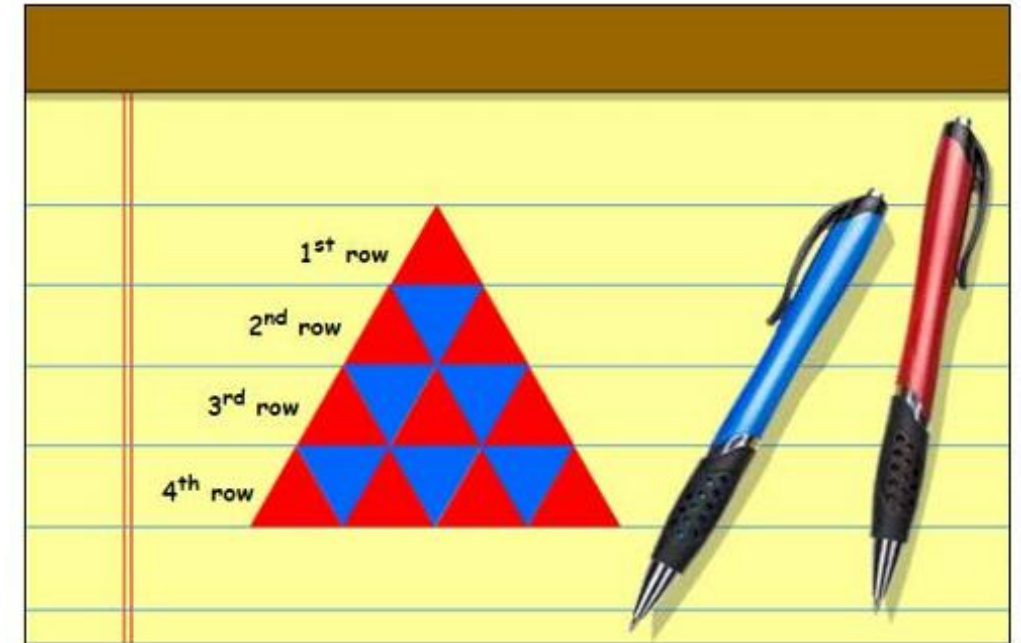
Ο Αλέξης πρόκειται να προσθέσει και άλλες γραμμές στο μοτίβο του.

Υποστηρίζει ότι το ποσοστό των μπλε τριγώνων στο μοτίβο θα είναι πάντα μικρότερο του 50%.

Έχει δίκιο ο Αλέξης;

- ☐ Ναι
- ☐ Όχι

Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.



(Σωστή απάντηση με πιθανή αιτιολόγηση: Ναι, γιατί σε κάθε γραμμή τα κόκκινα είναι περισσότερα)

Παράδειγμα: Συνδυασμός πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

Στόχος της ερώτησης

- Περιγραφή: Ανάλυση του ποσοστού των σχημάτων σε ένα μοτίβο
- Μαθηματικό περιεχόμενο: Μεταβολή και σχέσεις
- Πλαίσιο: Επιστημονικό
- Διαδικασία: Συλλογισμός

Κωδικοποίηση

- Αποδεκτή απάντηση (κωδικός 2)

Επιλέγει «Ναι» και δίνει μια αποδεκτή αιτιολόγηση σύμφωνα με την οποία θα υπάρχουν πάντα περισσότερα κόκκινα (ή λιγότερα μπλε) τρίγωνα. [Μια αποδεκτή απάντηση πρέπει να αναφέρει «σε κάθε γραμμή» (ή συνώνυμη έκφραση).]

- Μερικώς αποδεκτή απάντηση (κωδικός 1)

Επιλέγει «Ναι» και η αιτιολόγηση είναι μερικώς αποδεκτή αλλά δεν είναι πλήρης.

- Μη αποδεκτή απάντηση (κωδικός 0)

Άλλες απαντήσεις που περιλαμβάνουν την επιλογή «Ναι», αλλά με μία λανθασμένη ή καμία αιτιολόγηση ή την επιλογή «Όχι» με ή χωρίς αιτιολόγηση.

- Λείπει η απάντηση (κωδικός 9)

Κωδικός 2 – αποδεκτή

- Έχει δίκιο επειδή υπάρχει πάντα ένα κόκκινο τρίγωνο παραπάνω σε σχέση με τα μπλε σε κάθε γραμμή. [Εδώ εννοείται το «Ναι».]
- [Ναι] Θα υπάρχει πάντα ένα λιγότερο μπλε τρίγωνο σε κάθε γραμμή.
- [Ναι] Υπάρχει ένα κόκκινο τρίγωνο παραπάνω σε σχέση με τα μπλε σε κάθε γραμμή.
[Θεωρείται σωστό παρά το γεγονός ότι δεν αναφέρει «πάντα» στην απάντηση, εφόσον δηλώνεται στην εκφώνηση της ερώτησης.]
- [Ναι] Γιατί τα κόκκινα τρίγωνα βρίσκονται στο εξωτερικό κάθε γραμμής και μέσα στη γραμμή εναλλάσσονται τα κόκκινα και τα μπλε τρίγωνα. [Αποδεκτή αιτιολόγηση η οποία επιβεβαιώνει ότι σε κάθε γραμμή υπάρχουν περισσότερα κόκκινα τρίγωνα από ό,τι μπλε.]

Κωδικός 1 – μερικώς αποδεκτή

- [Ναι] Επειδή η πρώτη γραμμή έχει μόνο ένα κόκκινο τρίγωνο.
- [Ναι] Δεν υπάρχει κανένα μπλε τρίγωνο στην πρώτη γραμμή.
- [Ναι] Υπάρχει ένα παραπάνω κόκκινο τρίγωνο σε σχέση με τα μπλε. [Δεν προσδιορίζει «σε κάθε γραμμή». Να συγκρίνετε με Κωδικό 2, παράδειγμα 3.]
- [Ναι] Γιατί τα κόκκινα τρίγωνα βρίσκονται στο εξωτερικό κάθε γραμμής και τα μπλε τρίγωνα παραμένουν στο εσωτερικό. [Η αιτιολόγηση δεν είναι πλήρης διότι τα κόκκινα τρίγωνα στο εσωτερικό δεν αναφέρονται. Να συγκρίνετε με Κωδικό 2, παράδειγμα 4.]

Κωδικός 0 – μη αποδεκτή

- [Ναι] κόκκινα = 62,5% και μπλε = 37,5%. [Ποσοστά των τριγώνων από κάθε χρώμα στις τέσσερις πρώτες γραμμές.]
- [Ναι].

Μπορείτε να κωδικοποιήσετε τις απαντήσεις;

- Α. [Ναι] Γιατί σε κάθε γραμμή θα υπάρχουν πάντα λιγότερα μπλε τρίγωνα.
- Β. [Ναι] Θα υπάρχει πάντα ένα παραπάνω κόκκινο τρίγωνο από τα μπλε.
- Γ. [Ναι] Γιατί θα υπάρχουν πάντα περισσότερα κόκκινα τρίγωνα από μπλε.
- Δ. [Ναι] Για κάθε επιπλέον γραμμή, προστίθενται 2 κόκκινα τρίγωνα και μόνο 1 μπλε που σημαίνει ότι δεν μπορεί να είναι ποτέ 50/50.
- Ε. [Ναι] Αυτό ισχύει επειδή τα μπλε τρίγωνα βρίσκονται στο εσωτερικό και τα κόκκινα συνεχίζουν να βρίσκονται στο εξωτερικό κάθε στρώματος.

Μπορείτε να κωδικοποιήσετε τις απαντήσεις;

ΣΤ. [Ναι] Σε κάθε νέα γραμμή τα κόκκινα είναι περισσότερα από τα μπλε.

Ζ. [Ναι] Γιατί ξεκίνησε με ένα κόκκινο τρίγωνο.

Η. [Ναι] Γιατί ο αριθμός των μπλε τριγώνων με τα οποία ξεκίνησε ήταν μικρότερος από τον αριθμό των κόκκινων, άρα αν συνεχίζει να προσθέτει τον ίδιο αριθμό κόκκινων και μπλε τριγώνων δεν υπάρχει περίπτωση να υπάρχουν περισσότερα μπλε τρίγωνα.

Θ. [Ναι] Τα μπλε τρίγωνα στο μοτίβο δεν θα ξεπεράσουν ποτέ τα κόκκινα τρίγωνα, αλλά το ποσοστό τους θα ανεβαίνει, αλλά όχι πάνω από το 50%.

Ι. [Ναι] Γιατί δεν υπάρχει μπλε στην πρώτη γραμμή.

Ευχαριστώ!



Εθνικό
Πρόγραμμα
Ανάπτυξης
2021-2025



Τομεακό
Πρόγραμμα
Ανάπτυξης
2021 - 2025



Παιδεία, Έρευνα
και Θρησκευτικά

Το έργο υλοποιήθηκε με Επιστημονικό Υπόθυλο του Καθηγητή του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων Αναστάσιο Εμβολίτη και χρηματοδοτήθηκε βάσει της Προγραμματικής Συμβολής μεταξύ του Υπουργείου Παιδείας, Έρευνας και Θρησκευμάτων και του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων, μέσω του Τομεακού Προγράμματος Ανάπτυξης 2021-2025.