

PISA4U

Πρόγραμμα Επιμόρφωσης Εκπαιδευτικών σε θέματα Μαθηματικού Εγγραμματισμού

Ενότητα 2. Μαθηματικός εγγραμματισμός και έρευνα PISA



Πανεπιστήμιο
Ιωαννίνων



Εργαστήριο
Διδακτικής
& Σχολικής
Παιδαγωγικής
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ



Εθνικό
Πρόγραμμα
Ανάπτυξης
2021-2025



Τομεακό
Πρόγραμμα
Ανάπτυξης
2021 - 2025

Η εκπόνηση του παραδοτέου εντάσσεται στο Έργο «Δημιουργία Ερευνητικών Υποδομών, Επεξεργασία Ερευνητικού Υλικού και Επικοινωνία Αποτελεσμάτων Διεθνών Εκπαιδευτικών Ερευνών» με Επιστημονικό Υπεύθυνο τον Καθηγητή του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων Αναστάσιο Εμβελωτή. Χρηματοδοτήθηκε βάσει της Προγραμματικής Σύμβασης του Υπουργείου Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού με το Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων μέσω του Τομεακού Προγράμματος Ανάπτυξης 2021-2025.

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	2
Ενότητα 2. Μαθηματικός εγγραμματισμός: εννοιολογήσεις και θεωρητική πλαisiώση.....	3
Μαθηματικός εγγραμματισμός.....	3
Διαστάσεις του μαθηματικού εγγραμματισμού	3
Μαθηματικός συλλογισμός και επίλυση προβλήματος	4
Μαθηματικό περιεχόμενο	4
Πλαίσια	5
Πηγές και πρόσθετο υλικό για μελέτη	6

Ενότητα 2. Μαθηματικός εγγραμματισμός: εννοιολογήσεις και θεωρητική πλαισίωση

Στην ενότητα αυτή θα δούμε τον ορισμό για τον μαθηματικό εγγραμματισμό όπως ορίζεται στο PISA. Αυτός ο ορισμός κάνει αναφορά στην ικανότητα των μαθητών να χρησιμοποιούν τα μαθηματικά για να κατανοούν και να επιλύουν προβλήματα της πραγματικής ζωής. Δεν περιορίζεται σε διαδικαστικές γνώσεις, αλλά περιλαμβάνει τη διατύπωση ενός προβλήματος σε μαθηματικούς όρους, τη χρήση μαθηματικών εργαλείων για την επίλυσή του και την ερμηνεία των αποτελεσμάτων στο αρχικό πλαίσιο. Οι τέσσερις βασικές διεργασίες που αξιολογούνται στα πλαίσια επίλυσης προβλημάτων είναι: (α) συλλογισμός (β) διατύπωση, (γ) εφαρμογή και (δ) ερμηνεία/αξιολόγηση.

Μαθηματικός εγγραμματισμός

«Ο μαθηματικός εγγραμματισμός είναι η ικανότητα του ατόμου να χρησιμοποιεί μαθηματικό συλλογισμό και να διατυπώνει, να εφαρμόζει και να ερμηνεύει τις μαθηματικές γνώσεις για την επίλυση προβλημάτων σε μια ποικιλία καταστάσεων του πραγματικού κόσμου. Περιλαμβάνει έννοιες, διαδικασίες, γεγονότα και εργαλεία για την περιγραφή, εξήγηση και πρόβλεψη φαινομένων. Βοηθά τα άτομα να αναγνωρίζουν τον ρόλο που διαδραματίζουν τα μαθηματικά στον κόσμο, ώστε να προβαίνουν σε καλά τεκμηριωμένες κρίσεις και αποφάσεις οι οποίες είναι απαραίτητες σε δημιουργικούς, ενεργούς και σκεπτόμενους πολίτες του 21ου αιώνα» (OECD, 2023α).

Σε αυτό τον ορισμό παρατηρούμε ότι κεντρικό ρόλο παίζει η ικανότητα των μαθητών να χρησιμοποιούν γνώσεις που έχουν στα μαθηματικά για να επιλύουν προβλήματα του πραγματικού κόσμου.

Διαστάσεις του μαθηματικού εγγραμματισμού

Σύμφωνα με το θεωρητικό πλαίσιο του PISA, ο μαθηματικός εγγραμματισμός οργανώνεται σε τρεις βασικές διαστάσεις: (α) το μαθηματικό συλλογισμό και την επίλυση προβλήματος (διατύπωση, χρήση και ερμηνεία), που περιγράφουν πώς ο

μαθητής εργάζεται με τα μαθηματικά, (β) το μαθηματικό περιεχόμενο, που αφορά τις βασικές κατηγορίες γνώσεων (ποσότητα, σχέσεις, χώρος, δεδομένα), και (γ) τα πλαίσια εφαρμογής, τα οποία συνδέουν τα μαθηματικά με πραγματικές καταστάσεις της ζωής.

Μαθηματικός συλλογισμός και επίλυση προβλήματος

Ο μαθηματικός συλλογισμός (τόσο ο παραγωγικός όσο και ο επαγωγικός) περιλαμβάνει την αξιολόγηση καταστάσεων, την επιλογή στρατηγικών, την εξαγωγή λογικών συμπερασμάτων, την ανάπτυξη και περιγραφή λύσεων και την αναγνώριση του τρόπου με τον οποίο αυτές οι λύσεις μπορούν να εφαρμοστούν.

Ο μαθηματικός εγγραμματισμός αναφέρεται στην ικανότητα ενός ατόμου να διατυπώνει, να εφαρμόζει και να ερμηνεύει (και να αξιολογεί) τα Μαθηματικά. Αυτές οι τρεις μαθηματικές διεργασίες περιγράφουν τι κάνουν τα άτομα για να συνδέσουν το πλαίσιο ενός προβλήματος με τα Μαθηματικά και να λύσουν το πρόβλημα. Αυτές οι τρεις βασικές διεργασίες περιγράφονται στο PISA ως:

- Διατύπωση: μετατροπή πραγματικής κατάστασης σε μαθηματικό πρόβλημα
- Εφαρμογή: εφαρμογή μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών
- Ερμηνεία/Αξιολόγηση: επιστροφή στο πραγματικό πλαίσιο και έλεγχος του αποτελέσματος

Το παραπάνω αποτελεί τον λεγόμενο «κύκλο της μαθηματοποίησης».

Οι τρεις αυτές διεργασίες, μαζί με τον μαθηματικό συλλογισμό, παρέχουν μια χρήσιμη και ουσιαστική δομή για τον χαρακτηρισμό των θεμάτων του PISA.

Μαθηματικό περιεχόμενο

Το μαθηματικό περιεχόμενο στο PISA οργανώνεται σε τέσσερις βασικές κατηγορίες: ποσότητα, μεταβολή και σχέσεις, χώρος και σχήμα, και αβεβαιότητα και δεδομένα. Οι κατηγορίες αυτές δεν αντιστοιχούν σε σχολικά κεφάλαια, αλλά εκφράζουν τους βασικούς τρόπους με τους οποίους τα μαθηματικά χρησιμοποιούνται στην πραγματική ζωή. Η έμφαση δίνεται στην κατανόηση, ερμηνεία και εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών σε αυθεντικά προβλήματα. Γενικά το PISA, όπως ξαναείδαμε δίνει έμφαση στη λειτουργική χρήση των εννοιών, όχι στην τυπική θεωρία.

Ποσότητα: Αφορά την κατανόηση και χρήση αριθμών σε πραγματικές καταστάσεις. Περιλαμβάνει αριθμούς (ακέραιοι, δεκαδικοί, ποσοστά), λόγους και αναλογίες, εκτιμήσεις και προσεγγίσεις, οικονομικούς υπολογισμούς (τιμές, κόστος, εκπτώσεις). Σχετίζεται με δεξιότητες όπως: ερμηνεία αριθμητικών πληροφοριών, υπολογισμοί με νόημα, σύγκριση ποσοτήτων.

Μεταβολή και σχέσεις: Αφορά καταστάσεις όπου οι ποσότητες συνδέονται και μεταβάλλονται. Περιλαμβάνει συναρτήσεις και σχέσεις, γραφήματα και πίνακες, γραμμικές και μη γραμμικές μεταβολές, εξισώσεις και μοντέλα. Σχετίζεται με δεξιότητες όπως: κατανόηση εξάρτησης μεταξύ μεταβλητών, ανάγνωση και ερμηνεία γραφημάτων, πρόβλεψη τάσεων.

Χώρος και σχήμα: Αφορά τη γεωμετρία και την κατανόηση του χώρου. Περιλαμβάνει τα σχήματα και τις ιδιότητές τους, αποστάσεις, γωνίες, εμβαδά, όγκους, προσανατολισμό και αναπαραστάσεις, γεωμετρική μοντελοποίηση. Σχετίζεται με δεξιότητες όπως: οπτικοποίηση, κατανόηση χωρικών σχέσεων, χρήση γεωμετρίας σε πραγματικά προβλήματα.

Αβεβαιότητα και δεδομένα: Αφορά την κατανόηση δεδομένων και πιθανοτήτων. Περιλαμβάνει στατιστικά δεδομένα, πίνακες και γραφήματα, μέτρα (μέσος όρος, διάμεσος), πιθανότητες. Σχετίζεται με δεξιότητες όπως: ερμηνεία δεδομένων, αξιολόγηση πληροφοριών, λήψη αποφάσεων υπό αβεβαιότητα.

Πλαίσια

Στο PISA, τα «πραγματικά πλαίσια» αναφέρονται σε προβλήματα που προέρχονται από την καθημερινή, κοινωνική, επαγγελματική ή επιστημονική ζωή και απαιτούν από τον μαθητή να δώσει νόημα στα μαθηματικά. Δεν αρκεί μια επιφανειακή «ιστορία», αλλά χρειάζεται ο μαθητής να μεταφράσει την κατάσταση σε μαθηματικό μοντέλο και να ερμηνεύσει το αποτέλεσμα στο αρχικό πλαίσιο. Τα πλαίσια διακρίνονται σε προσωπικά, επαγγελματικά, κοινωνικά και επιστημονικά.

Στο θεωρητικό πλαίσιο του ΟΟΣΑ, ένα πρόβλημα βρίσκεται σε πραγματικό πλαίσιο όταν συνδέεται με καταστάσεις που έχουν νόημα στη ζωή του μαθητή ή της κοινωνίας και απαιτεί:

- κατανόηση της κατάστασης
- επιλογή μαθηματικών εργαλείων

- ερμηνεία αποτελέσματος σε σχέση με την πραγματικότητα

Καταλαβαίνουμε λοιπόν ότι δεν είναι αρκετό να «ντύσουμε» ένα καθαρά μαθηματικό πρόβλημα με λέξεις (π.χ. «ένα τρένο φεύγει...») χωρίς να υπάρχει ουσιαστική απόφαση ή νόημα.

Το PISA οργανώνει τα προβλήματα σε 4 κατηγορίες πλαισίων:

1. Προσωπικό: σε αυτήν την κατηγορία τα προβλήματα αφορούν καταστάσεις της καθημερινής ζωής του μαθητή, της οικογένειας, των συνομηλίκων του κλπ.
2. Επαγγελματικό: τα προβλήματα αυτής της κατηγορίας περιλαμβάνουν θέματα που σχετίζονται με την εργασία.
3. Κοινωνικό: τα θέματα σε αυτό το πλαίσιο αφορούν την κοινότητα είτε είναι σε τοπικό πλαίσιο, είτε σε εθνικό ή και παγκόσμιο. Ζητήματα που αφορούν την κοινωνία και μπορεί να περιλαμβάνουν δημογραφικά δεδομένα, θέματα για το περιβάλλον και δημόσιες αποφάσεις. Π.χ. «Πώς ερμηνεύουμε ένα γράφημα για την κλιματική αλλαγή;»
4. Επιστημονικό: στο πλαίσιο αυτό τα προβλήματα συνδέονται με την επιστήμη, την τεχνολογία και την εφαρμογή των μαθηματικών σε αυτές τις επιστήμες καθώς και θέματα που αφορούν τα μαθηματικά ως επιστήμη. Π.χ. «Πώς μεταβάλλεται η θερμοκρασία με τον χρόνο;»

Ένα πρόβλημα θεωρείται αυθεντικό στο πλαίσιο του PISA όταν δεν περιορίζεται σε μια απλή εφαρμογή πράξεων, αλλά απαιτεί από τον μαθητή να κατανοήσει την κατάσταση, να επιλέξει στρατηγική και να λάβει απόφαση.

Με βάση τα παραπάνω, κάθε πρόβλημα στο PISA είναι συνδυασμός:

- ενός πλαισίου (π.χ. κοινωνικό),
- ενός περιεχομένου (π.χ. αβεβαιότητα και δεδομένα),
- και μιας ή περισσότερων διεργασιών (π.χ. ερμηνεία).

Πηγές και πρόσθετο υλικό για μελέτη

- Οδηγός του εκπαιδευτικού
- Πλαίσιο αξιολόγησης (framework) του μαθηματικού εγγραμματισμού
<https://pisa4u.gr/pisafiles/>

- [What is PISA?: PISA 2022 Assessment and Analytical Framework | OECD](#)
- OECD (2023a). *PISA 2022 assessment and analytical framework*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/dfe0bf9c-en>
- OECD (2023b). *PISA 2022 technical report*. OECD Publishing. <https://www.oecd.org/pisa/data/pisa2022technicalreport/>

PISA4U



Πανεπιστήμιο
Ιωαννίνων



Εργαστήριο
Διδακτικής
& Σχολικής
Παιδαγωγικής
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ



Εθνικό
Πρόγραμμα
Ανάπτυξης
2021-2025



Τομεακό
Πρόγραμμα
Ανάπτυξης
2021 - 2025

Η εκπόνηση του παραδοτέου εντάσσεται στο Έργο «Δημιουργία Ερευνητικών Υποδομών, Επεξεργασία Ερευνητικού Υλικού και Επικοινωνία Αποτελεσμάτων Διεθνών Εκπαιδευτικών Ερευνών» με Επιστημονικό Υπεύθυνο τον Καθηγητή του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων Αναστάσιο Εμβλωτή. Χρηματοδοτήθηκε βάσει της Προγραμματικής Σύμβασης του Υπουργείου Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού με το Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων μέσω του Τομεακού Προγράμματος Ανάπτυξης 2021-2025.